Lycée Seydina Issa — Année Scolaire : 2018/2019

Rohou Laye (Ex LPA) — Classe : 2nd S E&F

DEVOIR SURVEILLE N°1 DU PREMIER SEMESTRE :

Exercice n°1 : (05 pts)

Soit a et b deux réels strictement positifs :

On pose $X = \sqrt{\frac{a}{b}}$ et $Y = \frac{1}{X}$

On considère $f(x) = \dfrac{2b\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-x}$

1) Montrer que :

a) $Y = \sqrt{\frac{b}{a}}$ b) $X - Y = \dfrac{a-b}{\sqrt{ab}}$ c) $\left(\frac{X-Y}{2}\right)^2 + 1 = \left(\frac{a+b}{2\sqrt{ab}}\right)^2$

2) Calculer : $f\left(\dfrac{X-Y}{2}\right)$

Exercice n°2 : (06 pts)

On considère les expressions :

$$f(x) = 4\,(2x + 3)^2 - 9\,(x - 1)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = 49x^2 + 42x + 9$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

2°) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3°) Résoudre dans IR les équations :

a) $f(x) = 0$; b) $f(x) = g(x)$; c) $f(x) = 27$

4°) On pose $Q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

a) Donner la condition d'existence de $Q(x)$
b) Simplifier alors $Q(x)$) lorsque $Q(x)$ est définie.
c) Calculer le nombre $Q(\sqrt{3})$. On mettra ce nombre sous la forme $a + b\sqrt{3}$,

avec a et b des fractions irréductibles.

Exercice n°3 : (04 pts)

Soit deux réels x *et* y ,strictement positifs.

1) Démontrer que $\frac{1}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2xy}$ et que :
$\frac{x+y}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

2) Soit trois réels a, b, c strictement positifs.
Démontrer que :
$\frac{a+b}{a^2+b^2}+\frac{b+c}{b^2+c^2}+\frac{c+a}{c^2+a^2} \leq \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

Exercice n°4 : (05 pts)

On pose $a = 1+\sqrt{5}$ et $b = 1-\sqrt{3}$.

1. Calculer a^2 et b^2.
2. Simplifier $c = \frac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}$ puis rendre rationnel son dénominateur.
3. Effectuer le produit a x c. Que représente a pour c ?
4. Montrer que $d = \frac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ est un entier relatif que l'on déterminera.

&&&&&&&BONNE CHANCE&&&&&&